Universidad de Talca

Facultad de Economía y Negocios

Magister en Economía

Dependencia dinámica multidimensional entre el mercado de valores, commodities e índice de incertidumbre económica vía Factor Cópula-GAS

Alumno:

Michael Gaete Morales

Profesor guía:

Dr. Rodrigo Herrera Leiva

PROYECTO DE TESIS

Talca, 31 de mayo del 2017

Contenido

Resumen Ejecutivo

Esta investigación tiene como objetivo principal modelar la estructura de dependencia dinámica existente entre los retornos diarios del mercado de renta variable de Estados Unidos por medio del S&P500 y los mercados de materias primas energéticas (petróleo crudo, gasóleo y gas natural), metales preciosos (oro, plata, platino y paladio), metales no ferrosos (cobre, zinc, tin y nickel), y agricultura (soja, cocoa, café y azúcar), además, de evaluar como la incertidumbre económica afecta los retornos de las materias primas, se utiliza como proxi el índice de Incertidumbre Económica de Estados Unidos (EPU) y el Índice de Volatilidad de CBOE (VIX) relacionado con el Mercado de Capitales. Para esto, se utilizarán funciones cópulas variables a través del tiempo, para matrices de covarianza de alta dimensionalidad. El modelo se divide en dos partes, primero, se trabaja con las distribuciones marginales por medio de un modelo ARMA (p, q)-GARCH (p, q), el cual entregue retornos estandarizar independiente e idénticamente distribuidos, y, en una segunda etapa, se implementa el modelo de Factor Cópula con GAS dynamics, propuesto por Oh y Patton (2016), el cual viene a ser un modelo flexible y parsimonioso, capas de capturar la dependencia media y en las colas de la distribución (superior e inferior). Los datos comprenden desde el primero de enero de 1990 hasta el 05 de mayo del 2017 (27 años de estudio) …

1. Introducción

Las constantes fluctuaciones en la economía internacional, han generado un mayor interés por estudiar el comportamiento de los mercados financieros, para, así poder diversificar el riego de la cartera aplicada. Es por esto, que la correcta selección de los instrumentos de inversión representa para las entidades una de las tareas de mayor importancia en sus diferentes etapas de identificación, medición y control, puesto que, esto permite reducir las potenciales pérdidas ante una determinada inversión. La teoría moderna de portafolio plantea que los individuos pueden beneficiarse de la diversificación de carteras, mediante la elección de instrumentos financieros con menores correlaciones (Boubaker & Sghaier, 2013).

Los mercados de materias primas representan una clase de activos prometedora para lograr efectos de diversificación de cartera, y con ello gestionar el riesgo a la baja (Cheng & Xiong, 2013), puesto que, en teoría se espera que la dependencia entre los rendimientos de materias primas y acciones sea baja, debido a los diferentes factores económicos y políticos que impulsan estos mercados (Daskalaki & Skiadopoulos, 2011), sumado a la creciente opinión percibida en el mercado de que las materias primas muestran una baja correlación con los activos tradicionales, y, por lo tanto, proporcionan beneficios en la diversificación de la cartera aplicada (Paraschiv et al., 2015).

Por otro lado, los productos básicos pueden servir como instrumentos de cobertura natural contra la inflación, ya que, si la inflación parece inminente, se puede ver como los precios de las materias primas suben rápidamente, pudiendo proporcionar incluso los primeros signos de inflación. Esto se debe a que la gente sacará el dinero de las inversiones que no ofrezcan una cobertura contra la inflación y lo invertirá en commodities, para así proteger sus carteras (Hammoudeh et al., 2014). Por las razones planteadas, es que existe un creciente interés en la literatura por captar la dependencia existente entre los mercados de renta variable y materias primas, ya que, las oportunidades de cobertura y gestión de riesgos derivadas de los mercados de productos básicos dependerá del grado de integración de estos mercados (Hammoudeh et al., 2014; y Creti et al., 2013).

Estudios empíricos como el de Büyüksahin & Robe (2011); y Silvennoinen & Thorp (2010), han encontrado evidencia de integración entre los mercados tradicionales y de materias primas. Mientras que, Kaplan & Lummer (1998); Büyüksahin et al. (2010); y Hammoudeh et al. (2014) reportan correlaciones bajas y positivas entre los mercados de acciones y productos básicos. Al respecto, Gorton & Rouwenhorst (2006) examinaron la relación de dependencia existente entre las acciones y los commodities durante el período 1959-2004. Encontrando que los contratos de futuros de materias primas tienen los mismos rendimientos medios que las acciones, pero menos volátiles. Daskalaki & Skiadopoulos (2011) por su parte, muestran que la inclusión de índices de materias primas en el rendimiento de la cartera proporciona beneficios a la diversificación durante el período de auge de los productos básicos desde 2005 hasta 2008, siendo un beneficio que se ha ido desvaneciendo después de 2008. En esta línea, recientes investigaciones como la de Büyüksahin & Robe (2011); y Bichetti & Maystre (2012), demuestran que el co-movimiento entre acciones y materias primas comenzó aumentar luego de la crisis financiera del 2008, ya que ambos mercados están siendo respaldados por algunos factores comunes (Tang & Xiong, 2010).

Si bien autores como Erb et al., (1994); Longin & Solnik (2001) y otros, planten que los activos financieros no distribuyen normalmente, todavía muy pocos estudios empíricos sobre materias primas cuestionan el coeficiente de correlación como medida de la estructura de dependencia entre dos retornos, siendo que la correlación al ser una medida de dependencia escalar, no es capaz de capturar la dependencia asimétrica o no lineal, por lo que esta puede generar una exposición inadecuada al riesgo. La función cópula es superior en cuanto a modelar y cuantificar la dependencia de una serie de datos puesto que esta es capaz de capturar tanto la dependencia lineal como no lineal o asimétrica, esta función proporciona una alternativa a la especificación normal entre las variables Nelsen (1999); Embrechts et al., (2001); Bai & Sun (2007); y Oh & Patton (2006; 2013). Por otro lado, comúnmente las investigaciones sobre dependencia en los mercados de materias primas plantean la fuerte suposición de estabilidad temporal, lo que ha sido fuertemente cuestionado, ya que la estructura de dependencia varia en relación a las condiciones político económicas del mercado, por lo que necesita ser evaluada por medio de modelos de dependencia dinámicos.

Al respecto, Silvennoninen &Thorp (2010) encuentran que las correlaciones entre los futuros de materias primas y mercados de renta variable, tienden aumentar en periodos de turbulencia, así como en los mercados volátiles. Los cambios significativos que ha enfrentado la dinámica del riesgo de productos básicos, ha motivado la importancia de evaluar conjuntamente los futuros de materias primas en base a modelo dinámicos, puesto que esto puede servir como base para la comprensión de la interdependencia y la predicción de la volatilidad en los precios de estos, y, por lo tanto, entregar información para la gestión del riesgo en las carteras basadas en productos básicos (Ohashi & Okimoto, 2016). Por otro lado, González-Pedraz et al. (2015) evalúan el comportamiento conjunto entre el mercado bursátil y los commodities del petróleo y el oro, encontrando evidencia de dependencia medias y en las colas de la distribución. En este sentido Berger & Uddin (2016) proporcionan un análisis exhaustivo del esquema de dependencia entre mercado de valores, futuros de materias primas e índices de incertidumbre política por medio de cópulas variables en el tiempo, las cuales, son capaces de capturar tanto la dependencia media, como las de las colas de la distribución. Otro método utilizado es el propuesto por Creti et al. (2013), ya que el analiza la dependencia variable en el tiempo de los mercados de valores y productos básicos a través de análisis de correlación condicional dinámico (CCD).

Ahora, capturar la estructura de dependencia entre un gran número de activos financieros resulta ser una tarea pesada, debido a la relativa escasez de modelos econométricos adecuados para la tarea (Oh & Patton, 2015). Los modelos basados en la correlación no son muy exactos a la hora de modelar la estructura de dependencia existente entre múltiples variables, ya que estos descuidan la dependencia existente entre las colas de la distribución, además de estar fuertemente relacionados con el comportamiento de los marginales, por otro lado, modelos como el GARCH multivariante o los de conmutación de Markov sin bien son capaces de describir la dinámica conjunta de los rendimientos, siguen una distribución normal o t-Student multivariante simétrica. Por lo tanto, no logran reflejar el comportamiento de dependencia en la cola asimétrica de los mercados (Wang et al., 2013).

Entre algunos métodos de copulación que se han propuesto en la literatura para modelar matices de covarianza de alta dimensionalidad, se pueden mencionar entre otro: al modelo de cópula normal (ver Li, 2000), la cual impone una fuerte suposición de la cola cero, y, por tanto, presenta dependencia asimétrica entre las caídas y los auges del mercado. Christoffersen et al. (2012; 2013) en cambio, propone un modelo que combina una copulación de la inclinación t con un modelo DCC para correlaciones condicionales, el cual es capaz de capturar la desentendencia en altas dimensiones. Mientras que, las cópulas Archimedianas, tales como, la cópula Clayton o la cópula Gumbel permiten la dependencia de la cola y formas particulares de asimetría, pero usualmente sólo tienen uno o dos parámetros para caracterizar la dependencia entre todas las variables y, por ende, son muy restrictivos en las aplicaciones de mayor dimensión (Oh y Patton, 2015).

Por lo tanto, según lo planteado anteriormente, esta investigación tiene como objetivo principal modelar la estructura de dependencia dinámica existente entre el mercado de valores estadounidense, materias primas, e índice de incertidumbre económica, por medio de la utilización del modelo dinámico de Factor Cópula propuesto por Oh y Patton (2016), el cual es capaz de trabajar con matrices de covarianza de alta dimensionalidad, es decir, una gran cantidad de variables. Este enfoque es flexible y parsimonioso, permitiendo modelar por separado el comportamiento marginal de los retornos futuros de las materias primas y las acciones, así como su la estructura de dependencia. Además, de entregar simultáneamente información sobre la dependencia media y la dependencia de las colas de la distribución (superior e inferior).

De esta forma, la contribución de esta investigación es doble, en primer lugar, se añade a la investigación efectuada por Berger & Uddin (2016) mediante el análisis de dependencia entre S&P500 y los mercados de materias primas en altas dimensiones, modelando explícitamente la dependencia dinámica a través de cópulas de factor variables en el tiempo. En segundo lugar, proponer la utilización de un modelo de factor cópula que a mi entender no ha sido utilizado para modelar el comportamiento conjunto de los mercados de materias primas, índices de incertidumbre política e índices bursátiles como el S&P 500 y VIX Index.

2. Metodología

En esta sección, se aborda la metodología propuesta para modelar la estructura de dependencia existente entre los retornos del mercado bursátil estadounidense, mercados de materias primas e incertidumbre económica, a través de funciones cópula para matrices de covarianza de alta dimensionalidad.

2.1 Función Cópula.

La cópula es una función de distribución acumulativa multivariada, cuyos marginales distribuyen uniformemente, entre $[0,1]$ (Schweizer & Sklar, 2005). Esta teoría fue introducida por Sklar (1959) para descomponer una función de distribución n-dimensional en dos partes, las funciones de distribución marginal $F_1(x_1),\ F_2(x_2),\ldots,F_n(x_n)$ y la cópula C, que describe la dependencia existente entre los componentes de la distribución (Boubaker & Sghaier, 2013) (Para un estudio más profundo sobre los fundamentos matemáticos y estadísticos de las funciones cópula, véase Joe (1997) y Nelsen (1999), y para aplicaciones empíricas de la cópula ver McNeil et al. (2005) y Patton (2006; 2012)).

Teorema 1. *(Teorema de Sklar), sea H una función de distribución acumulativa conjunta, con marginales $F_1,\ldots,F_n$ y variables aleatorias $x_1,\ldots,x_n$, existe una función n-cópula C para todo $(x_1,\ldots,x_n)\in\mathbb{R}^n\to\ [0,1]$, tal que:*

$$H(x_1,\ x_2,\ldots,x_n)=C(F_1(x_1),\ F_2(x_2)\ldots,F_n(x_n))$$

Donde, si $F_1,\ldots F_n$, son continuas, entonces C es única, de lo contrario C es determinado inequívocamente por $RanF_1x,\ldots x\ RanF_n\ (Ran=Rango)$.

Colocario 1*. Sea H es una función de distribución n-dimensional con marginales $F_1,\ldots,F_n$, y C una n-cópula. Entonces, para todo $\boldsymbol{u}\ \in\ [0,1]^n$ se verifica que:*

$$C(u_1,u_2,\ldots,u_n)=H(F_1^{-1}(u_1),\ \ F_2^{-1}(u_2),\ldots,\ F_n^{-1}(u_n))$$

De modo que F_n^{-1} es la función inversa generalizada de F_n, por consiguiente, C es una cópula de H, debido a que por definición C es igual a:

$$\begin{aligned}H(x_1,x_2,\ldots,x_i)&=\mathbb{P}(X_1\le x_1,X_2\le x_2,\ldots,X_n\le x_n)\\&=C(F_1(x_1),F_2(x_2)\ \ldots,F_n(x_n))\end{aligned}$$

Variados estudios como Longin & Solnik (2010); Hammoudeh et al. (2014); y Zhu et al. (2014), plantean la evidencia empírica de dinámicas extremas y asimétricas en los mercados de bienes, por lo que resulta útil analizar este tipo de mercados a través de funciones cópula, ya que estas proporcionan una descripción más completa de la estructura de dependencia, ofreciendo información sobre la dependencia media y de las colas de la distribución, que a través de dos coeficientes de dependencia, uno para cada cola (inferior y superior), permite medir la predisposición de los mercados a colapsar o crecer conjuntamente (Aloui et al., 2013). Así, la dependencia de la cola se puede determinar de la siguiente manera:

Sean X e Y variables aleatorias con función de distribución marginal F y G, respectivamente. Entonces, el coeficiente de dependencia de la cola inferior λ_L es:

$$\lambda_L(v) = \lim_{v \to 0} P\,[X \leq F^{-1}(v) | Y \leq G^{-1}(v)] = \lim_{v \to o} \frac{C(v,v)}{v}$$

Esto cuantifica la probabilidad de observar un evento X más bajo asumiendo que el evento Y es en sí inferior. De igual forma, el coeficiente de dependencia de la cola superior λ_U se define como:

$$\lambda_U(v) = \lim_{v \to 1} P\,[X > F^{-1}(v) | Y > G^{-1}(v)] = \lim_{v \to 1} \frac{1 - 2v + C(v,v)}{1 - v}$$

Donde, $\lambda_L(v)$, $\lambda_U(v) \in [0,1]$. Las dos variables presentan una dependencia de la cola inferior o superior si $\lambda_L > 0$ o $\lambda_U > 0$, indicando una probabilidad no nula de observar un valor extremadamente pequeño (grande) para una serie de datos, junto con un valor extremadamente pequeño (grande) para otra serie (Hammoudeh et al., 2014).

2.2 Modelo de distribución marginal

Siguiendo la base de Herrera & Clements (2015), con el objetivo de capturar las características principales de los rendimientos de las acciones y materias primas, se emplea un modelo ARMA–GARCH que, en una primera etapa, especifica la media condicional de los retornos de mercado como un proceso de media móvil autoregresivo ARMA (p, q):

$$r_t = \mu + \sum_{i=1}^{p} \emptyset_i\, r_{t-1} + \sum_{i=1}^{q} \theta_i\, \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde, r_t denota la rentabilidad de un índice bursátil en el tiempo t, μ es la media, ϕ_i y θ_j describen los coeficientes autorregresivos y media móvil respectivamente, y ε_t representa el termino residual, el cual se define como:

$$\varepsilon_t = \sqrt{\delta_t} v_t, \qquad v_t \sim N(0,1)$$

Siendo, v_t un residuo estandarizado y δ_t la varianza condicional.

Debido a que las series de retornos de los mercados financieros son por naturaleza altamente volátiles, en una segunda etapa, se utiliza el modelo GARCH estándar desarrollado por Bellersev (1986), que permita especificar el comportamiento de la varianza, el cual se estiman bajo la distribución Skew Student-t. El modelo GARCH (p, q) se define como:

$$\delta_t = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \delta_{t-1}$$

Donde, $p > 0,\ q \geq 0,\ \omega > 0.\ \ \alpha_i \geq 0\ (i = 1, 2, \dots p),\ \beta_j \geq 0\ (j = 1, 2, \dots, q)$. Se propone este modelo puesto que es capaz de modelar los errores heterocedasticos condicionales (Laih, 2014). Así, una vez que se obtiene un error independiente e idénticamente distribuido se procede a ordenar y transformar los datos en valores entre $[0, 1]$, para luego implementar una función cópula que permita modelar la estructura de dependencia existente.

2.3 Modelo de Factor Cópula

Cuando se trabaja con datos de alta dimensionalidad, es decir, con un gran número de variables, una de las estrategias más comunes es implementar un modelo que permita reducir de alguna manera el número de dimensiones. Entre las técnicas ampliamente utilizadas en el análisis económico empírico destacan la estructura de factores y el análisis de componentes principales (Bartels & Ziegelmann, 2016). La estructura de factor ayuda a describir con mayor exactitud y flexibilidad la relación de dependencia entre múltiples parámetros Zhang & Jiao (2012); y Oh & Patton (2013; 2015). Esta metodología se vuelve muy útil al trabajar con cópulas de dimensiones $n \geq 10$, ya que el número de parámetros a estimar es $n!$, es decir, crece exponencialmente a medida que se incrementa el número de variables.

En el contexto de modelar la estructura de dependencia de una distribución acumulativa conjunta de una serie temporal, Oh & Patton (2015) proponen utilizar una metodología de factores con distribuciones flexibles que permitan obtener un modelo de factor-cópula que, para un vector de n-variables **Y**, con alguna distribución conjunta **F***, distribuciones marginales F_i^*, y una función cópula **C***, tal que :

$$[Y_1, \dots, Y_N]' \equiv \boldsymbol{Y} \sim \boldsymbol{F}^* = \boldsymbol{C}^*(\boldsymbol{F_1^*}, \boldsymbol{F_2^*}, \dots, \boldsymbol{F_N^*})$$

Determina una estrategia para **C*** como un modelo de factor cópula $\boldsymbol{C(\theta)}$ implícita por la siguiente estructura:

$$X_{it} = \lambda_{it} Z_{it} + \varepsilon_{it}, \quad con \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$Z_t \sim F_Z(\theta), \;\; \varepsilon_{it} \sim iid \;\; F_\varepsilon(\theta), \quad Z \perp \;\varepsilon_i \; \forall \, i$$

$$[X_1, \dots, X_N]' \equiv \boldsymbol{X} \sim \boldsymbol{F_X}(\theta) = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{G_1}(\theta), \dots, \boldsymbol{G_N}(\theta);\; \theta)$$

Donde, $F_Z(\theta)$ y $F_\varepsilon(\theta)$ son distribuciones paramétricas univariadas flexibles para el factor común y las variables idiosincráticas, λ_{it} es un parámetro asociado al peso del factor común en el tiempo t, y $X_t \sim \left[X_{1_t}, \dots, X_{N_t}\right]$ es un vector de variables latentes, cuya cópula es la misma que el vector $Y_t \sim \left[Y_{1_t}, \dots, Y_{N_t}\right]$ de las variables observadas.

2.3.1 Estimación de la probabilidad cerrada

En general, para la estructura de factor planteada, no se conoce $\boldsymbol{C(\theta)}$ en forma cerrada, y, por lo tanto, se desconoce la probabilidad de copulación en forma cerrada. Para dar solución a este problema y así poder utilizar $\boldsymbol{C(\theta)}$ como modelo para la verdadera cópula C^*, Oh y Patton (2016) proponen un método basado en la integración numérica para cópulas de factor variables a través del tiempo[1], el cual se caracteriza en que independiente de que la cópula sea N-dimensional, sólo necesita integrar el factor común, que es unidimensional en la estructura definida anteriormente. Este método, resulta ser adecuado para esta investigación, puesto que el objetivo es modelar la estructura de dependencia dinámica entre las series de retornos observados. Entonces, el modelo se obtiene de la siguiente densidad:

$$C(u_1, \dots, u_N) = \frac{h_t\left(G_{1t}^{-1}(u_1), \dots, G_{Nt}^{-1}(u_N)\right)}{g_{1t}\left(G_{1t}^{-1}(u_1)\right) \cdots \; g_{Nt}\left(G_{Nt}^{-1}(u_N)\right)}$$

[1]Oh & Patton (2013), plantearon, además, un método de estimación basada en momentos para la determinación de la probabilidad cerrada de un factor cópula, que se centra en la comparación de los momentos de datos observados con momentos de datos simulados. Sin embargo, esta metodología no se considera en esta investigación, debido a que su enfoque sólo es aplicable cuando la copulación condicional es constante, no así para factores dinámicos.

Donde, $h_t(x_1, \dots, X_N)$ es la densidad conjunta de X_t, $g_{it}(x_i)$ es la densidad del marginal de X_{it}, y $C(u_1, \dots, u_N)$ es la densidad de la función cópula. Cada una de las funciones $g_{it}(x_i)$, $G_{it}(x_i)$, y $h_t(x_1, \dots, x_N)$, se obtiene a través de las siguientes integrales:

$$g_{it}(x_i) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\varepsilon_i}(x_i - \lambda_{it} z) dF_{Zt}(z)$$

$$G_{it}(x_i) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\varepsilon_i}(x_i - \lambda_{it} z) dF_{Zt}(z)$$

$$h_{it}(x_1, \dots, x_N) = \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^{N} f_{\varepsilon_i}(x_i - \lambda_{it} z) dF_{Zt}(z)$$

Siguiendo el aporte de Bartels & Ziegelmann (2016), para convertir estas funciones en integrales acotadas, se define $m \equiv F_{zt}(z)$, de este modo las funciones de integración son:

$$g_{it}(x_i) = \int_{0}^{1} f_{\varepsilon_i}(x_i - \lambda_{it} F_{Zt}^{-1}(m)) dm$$

$$G_{it}(x_i) = \int_{0}^{1} F_{\varepsilon_i}(x_i - \lambda_{it} F_{Zt}^{-1}(m)) dm$$

$$h_{it}(x_1, \dots, x_N) = \int_{0}^{1} \prod_{i=1}^{N} f_{\varepsilon_i}(x_i - \lambda_{it} F_{Zt}^{-1}(m)) dm$$

Por lo tanto, la densidad del factor cópula requiere solo el cálculo de integrales unidimensionales. Así, la función de probabilidad para la cópula $C(\theta)$ esta dada por la cuadratura de Gauss-Legendre (ver Judd (1998) para más detalles):

$$l_c\left(\theta_c \middle| \hat{\theta}_1, \dots \hat{\theta}_N, \boldsymbol{w}\right) = \sum_{t=1}^{T} \ln(c(F_1(y_{1_t} | \hat{\theta}_1, \boldsymbol{w}), \dots, F_N\left(y_{N_t} \middle| \hat{\theta}_N, w\right) | w, \theta_c))$$

Siendo, $\theta_c = [\gamma_z, \gamma_\varepsilon, \gamma_\lambda]'$ un conjunto de parámetros de la cópula a ser estimados.

2.3.2 Estructura variable a través del tiempo

Variados autores consideran que los parámetros de dependencia de la cópula son fijos en el tiempo, lo que no puede representar adecuadamente la realidad de la estructura de dependencia de una serie temporal, dato que está relación de dependencia cambia a partir de variar las condiciones políticas y económicas del mercado, por lo que es necesario que los parámetros de dependencia tengan un comportamiento dinámico, es decir, varíen a través del tiempo (Bartels & Ziegelmann, 2016). Para matrices de covarianza de alta dimensionalidad, Oh & Patton (2016) utilizan el modelo dinámico de puntuación autorregresiva generalizada (GAS dynamics), propuesto por Creal et al. (2011; 2013), para describir la dinámica temporal de un factor cópula. Este enfoque modela los parámetros de la cópula en función de los parámetros rezagados y la puntuación de la probabilidad de copulación. El modelo GAS dynamics se define como sigue:

$$U_t|\mathcal{F}_{t-1} \sim C(k_t)$$

$$k_{t+1} = w + \beta k_t + \alpha s_t$$

$$s_t = S_t * \Delta_t$$

$$\Delta_t = \frac{\partial log C(u_t;\ k_t)}{\partial k_t}$$

Donde, s_t es una matriz Hessiana inversa, y debido a que generalmente en modelos de cópulas de factor no se conoce la probabilidad cerrada, el vector Δ_t se obtiene mediante diferenciación numérica.

2.3.3 Estructura del modelo de Factor Cópula con GAS dynamics:

Según lo planteado en el apartado anterior, se emplea el modelo GAS para permitir que el modelo de Factor Cópula tenga un comportamiento dinámico. Un factor cópula para N variables puede ser escrito como sigue:

$$X_{i_t} = \lambda_{g(i),t}(\gamma_\lambda) Z_t + \varepsilon_{i_t}, \quad con \quad i = 1, 2, \ldots., N$$

$$Z_t \sim Skew\ t\ (v_Z, \psi),\ \ \varepsilon_{i_t} \sim iid\ \ t\ (v_\varepsilon),\ \ \ Z \perp\ \varepsilon_i\ \forall\ i$$

$$log\lambda_{g_t} = w_g + \beta log\lambda_{g,t-1} + \alpha \frac{(\partial \log C(u_{t-1}|\lambda_{t-1}, v_Z, \psi, v_\varepsilon)}{\partial \lambda_g}$$

$$g = 1, 2, \ldots, G$$

Donde, λ_t representa las cargas del factor, $g_{(i)} \in \{1, \ldots., G\}$, siendo G el número de grupos en que se dividen las series temporales y γ_λ es el conjunto de variables conectadas a λ. Considerando una distribución F para $Z_t \sim F_z(\gamma_\lambda)$ y $\varepsilon_{it} \sim F_\varepsilon(\gamma_\varepsilon)$.

3. Descripción de datos

Los datos utilizados en esta investigación consideran series diarias de precios futuros de materias primas energéticas (petróleo crudo, gasóleo y gas natural), metales preciosos (oro, plata, platino y paladio), metales no ferrosos (cobre, zinc, tin y nickel), y agricultura (soja, cocoa, café y azúcar). También, se consideran los mercados de renta variable de Estados Unidos y la región europea, por medio de los precios diarios del índice S&P 500 y Stoxx600E. Adicionalmente, para evaluar como la incertidumbre económica afecta los retornos de las materias primas, se utiliza como proxi el índice de Incertidumbre Económica de Estados Unidos (EPU) y el Índice de Volatilidad de CBOE (VIX) relacionado con el Mercado de Capitales, para…

El marco temporal analizado comprende desde el primero de enero de 1990 hasta el 31 de diciembre del 2016

4. Resultados preliminares

Se plantean, estimar tres modelos principales, denominados: "Equidependencia, "Block Equidependencia" y "Fully Flexible", donde el primero de ellos es el más restrictivo, puesto que asume igual peso para todas las materias primas analizadas, por otro lado, el último vendría siendo el más flexible, puesto que da la posibilidad que λ_t sea distinto para cada commodities, que lo convierte en un modelo con una carga computacional pesada, dado el número de parámetros a estimar, mientras que el segundo, el modelo "Block Equidependencia" propone una forma de agrupar los productos básico según denominación, el cual constituye un modelo menos restrictivo.

En la ilustración 1, se muestran los resultados de la estimación bajo el criterio "Fully Flexible", donde se puede observar el movimiento conjunto del mercado de valores estadounidense, las materias primas e índice de incertidumbre económica.

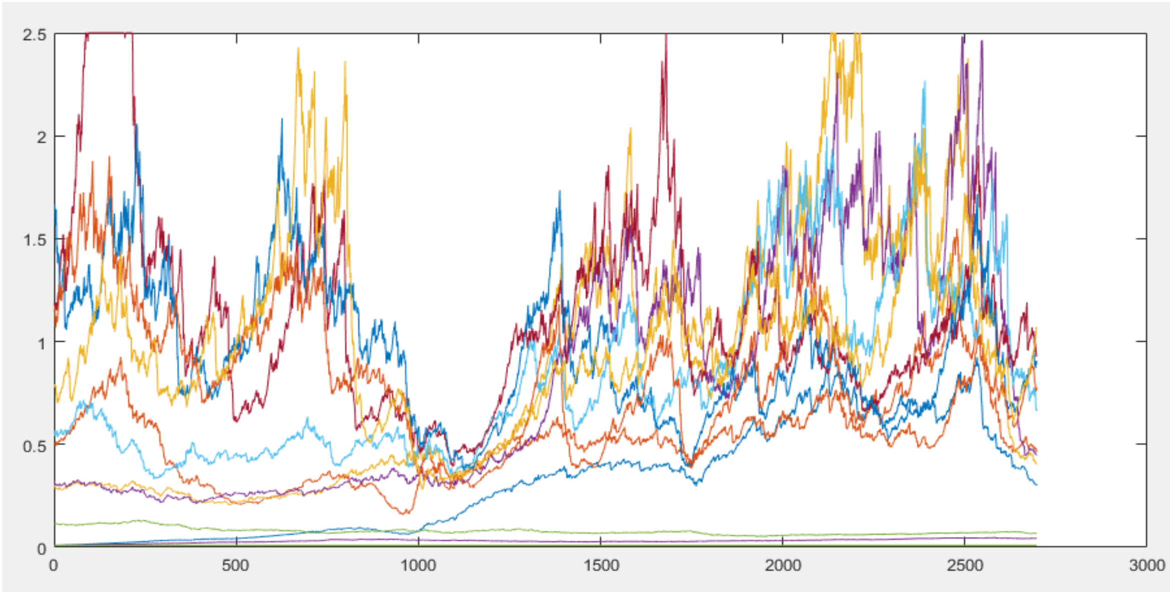

Ilustración 1: Co-movimiento de la estructura de dependencia dinámica del mercado de valores y materias primas.

Bibliografía

Aloui, R., Ben Aïssa, M., & Khuong Nguyen, D. (2013). Conditional dependence structure between oil prices and exchange rates: A copula-GARCH approach. *Journal of International Money and Finance, 32*, 719-738.

Ang, A., Chen, J., & Xing, J. (2006). Downside risk. Review of Financial Studies 19 (4), 1191–1239.

Autchariyapanitkuly, K., Chanaimz, S., & Sriboonch, S. (2014). Portfolio optimization of stock returns in high-dimensions: A copula-based approach. *Thai Journal of Mathematics*, 11-23.

Bai, M., & Sun, L. (2007). Application of Copula and Copula-CVaR in the Multivariate Portfolio Optimization. *School of Economics and Management*, 231–242.

Bartels, M., & Ziegelmann, F. (2016). Market risk forecasting for high dimensional portfolios via factor copulas with GAS dynamics. *Insurance: Mathematics and Economics, 76*, 66–79.

Berger, T., & Uddin, G. S. (2016). On the dynamic dependence between equity markets, commodity futures and economic uncertainty indexes. *Energy Economics, 56*, 374–383.

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics, 31*, 307-327.

Boubaker, H., & Sghaier, N. (2013). Portfolio optimization in the presence of dependent financial returns with long memory: A copula based approach. *Journal of Banking & Finance, 37*, 361–377.

Büyüksahin, B., & Robe, M. (2011). Does 'Paper Oil' Matter? Energy Market Financialization & Equity-Energy Linkages. *Working paper*.

Büyüksahin, B., Haigh, M., & Robe, M. (2010). Commodities and equities: ever a "Market of one"? *The Journal of Alternative Investments, 12*, 76–95.

Christoffersen, P., Errunza, V., Jacobs, K., & Langlois, H. (2012). Is the Potential for International Diversification Disappearing? *Review of Finance Studies*, *25*, 3711-3751.

Creti, A., Joëts, M., & Mignon, M. (2013). On the links between stock and commodity markets' volatility. *Energy Economics*, *37*, 16-28.

Daskalaki, C., & Skiadopoulos, G. (2011). Should investors include commodities in their portfolios after all? New evidence. *Journal of Banck and Finance, 35*, 2606-2626.

Deng, L., Ma, C., & Yang, W. (2011). Portfolio Optimization via Pair Copula-GARCH-EVT-CVaR Model. *Systems Engineering Procedia, 2,* 171 – 181.

Embrechts, P., Lindskog, F., & Alexander. (2001). Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management. *Insurance Mathematics and Stochastic Finance*.

Erb, C., Harvey, C., & Viskanta, T. (1994). Forecasting International Equity Correlations. *Financial Analysts Journal*, 32-45.

González-Pedraz, C., Moreno, M., & Peña, J. I. (2015). Portfolio selection with commodities under conditional copulas and skew preferences. *Quantitative Finance, 15*(1), 151-170.

Gorton, G., & Rouwenhorst, G. (2006). Facts and fantasies about commodity futures. *Financial Analysts Journal, 62*, 47–68.

Hammoudeh, S., Khuong Nguyen, D., Reboredo, J., & Wen, X. (2014). Dependence of stock and commodity futures markets in China: Implications for portfolio investment. *Emerging Markets Review, 21*, 183-200.

Herrera, R., & Clemens, A. (2015). Point Process Models for Extreme Returns Harnessing implied volatility. *NCER Working Papers Series, 104*.

Judd, K. (1998). *Numerical Methods in Economics, MIT Press.* Cambridge, USA.

Kakouris, I., & Rustem, B. (2014). Robust portfolio optimization with copulas. *European Journal of Operational Research*(235), 28–37.

Laih, Y. (2014). Measuring rank correlation coefficients between financial time series: A GARCH-copula based sequence alignment algorithm. *European Journal of Operational Research, 232,* 375–382.

Lakovos, K., & Berc, R. (2014). Robust portfolio optimization with copulas. *European Journal of Operational Research, 235*, 28–37.

Li, D. X. (2000). "On Default Correlation: A Copula Function Approach,". *Journal of Fixed Income, 9,* 43-54.

Login, F., & Solnik, B. (2011). Extreme correlation of international equity markets. *The Journal of Finance, 56*(2).

Nelsen, R. (1999). *An Introduction to Copulas.* NewYork.: Springer.

Oh, D. H., & Patton, A. (2016). Time-Varying Systemic Risk: Evidence from aDynamic Copula Model of CDS Spreads. *Journal of Business & Economic Statistics*, 1537-2707.

Oh, D., & Patton, A. (2013). Simulated method of moments estimation for copula-based multivariate models. *Journal of the American Statistical Association, 108*(502), 689-700.

Oh, D., & Patton, A. (2015). Modelling dependence in high dimensions with factor. *Finance and Economics Discussion Series 2015-051. Washington: Board of Governors of the Federal Reserve System*.

Patton, A. (2013). Copula methods for forecasting multivariate time series, in G. Elliott and. *Handbook of Economic Forecasting, 2,* Elsevier, Oxford.

Patton, A. J. (2006). Modelling asymmetric exchange rate dependence. *International Economic Review, 47*, 527-556.

Post, T. v. (2004). Conditional Downside Risk and the CAPM. Working paper, Erasmus University Rotterdam.

Schweizer, B., & Sklar, A. (2005). *Probabilistic Metric Spaces.* Mineola, New York: Dover Publications.

Silvennoinen, A., & Thorp, S. (2010). Financialization, Crisis and Commodity Correlation Dynamics. Research Paper Series 267, Quantitative Finance Research Centre, University of Technology, Sydney.

Sklar, A. (1959). Fonctions de répartition á n dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris, 6*, 229–231.

Tang, K., & Xiong, W. (2010). Index investment and financialization of commodities. *Working paper*.

Tsafack, G. (2009). Asymmetric dependence implications for extreme risk management. Journal of Derivatives 17 (1), 7–20.

Vaz de Melo Mendes, B., & Marque, D. (2012). Choosing an optimal investment strategy: The role of robust pair-copulas based portfolios. *Emerging Markets Review, 13*, 449–464.

Wang, Y.-C., Wu, J.-L., & Lai, Y.-H. (2013). A revisit to the dependence structure between the stock and foreign exchange markets: A dependence-switching copula approach. *Journal of Banking & Finance, 37*(5), 1706-1719.

Zhang, H., & Jiao , F. (2012). Factor Copula Models and Their Application in Studying the Dependence of the Exchange Rate Returns. *International Business Research, 5*(2).

Zhu, H.-M., Li, R., & Li, S. (2014). Modelling dynamic dependence between crude oil prices and Asia-Pacific stock market returns. *International Review of Economics and Finance*, *29*, 208-223.